

Орындалу уақыты: 1 сағат 30 минут  
Есептің дұрыс жауабы 5 ұпай

Жаратылыстану-математикалық бағыттағы пәндер бойынша  
XII ПРЕЗИДЕНТТІК ОЛИМПИАДА

Математикадан аймақтық (бірінші) кезең тапсырмалары

1. 20-ға да 19-ға да бөлінбейтін 2019-нан кіші қанша натурал сан бар?
2. Теңдеуді шешіңіз:  $\sqrt{x^2 - 8x + 19} + \sqrt{y^2 + 10y + 37} = 3\sqrt{3}$ .
3. Егер  $xy + yz + zx = -1$  болса,

$$x^2 + 5y^2 + 8z^2 \geq 4$$

теңсіздікті дәлелдіңіз.

4.  $1^2 \cdot 3^1 + 2^2 \cdot 3^3 + 3^2 \cdot 3^3 + 4^2 \cdot 3^4 + \dots + 2019^2 \cdot 3^{2019}$  қосындысының мәнін табыңыз.
5. Дұрыс  $ABC$  үшбұрышына сырттай сызылған шеңберінің  $AC$  доғасында  $M$  нүктесі алынған, ал  $P$  нүктесі осы доғаның ортасы.  $N$  нүктесі  $BM$  хордасының ортасы,  $P$  нүктесінен  $MC$ -ға түсірілген перпендикуляр табаны  $K$  нүктесі болсын.  $ANK$  үшбұрышы тең қабырғалы екенін дәлелде.

Время на выполнение: 1 час 30 минут  
За правильное решение начисляется 5 баллов

**ХII ПРЕЗИДЕНТСКАЯ ОЛИМПИАДА**  
по предметам естественно-математического цикла  
Задания регионального (первого) этапа по математике

1. Сколько существует натуральных чисел, меньших 2019, которые не делятся ни на 20, ни на 19?
2. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 - 8x + 19} + \sqrt{y^2 + 10y + 37} = 3\sqrt{3}$ .
3. Пусть  $xy + yz + zx = -1$ . Докажите неравенство

$$x^2 + 5y^2 + 8z^2 \geq 4.$$

4. Вычислите значение суммы  $1^2 \cdot 3^1 + 2^2 \cdot 3^3 + 3^2 \cdot 3^5 + 4^2 \cdot 3^7 + \dots + 2019^2 \cdot 3^{2019}$ .
5. На дуге  $AC$  окружности, описанной около правильного треугольника  $ABC$ , взята точка  $M$ .  $P$  – середина этой дуги. Пусть  $N$  – середина хорды  $BM$ ,  $K$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $P$  на  $MC$ . Докажите, что треугольник  $ANK$  правильный.